

# 用线性神经网络映射光学过程 层析成像的逆问题

李 扬 汪仁煌 郑莹娜

(广东工业大学信息工程学院, 广州 510643)

**摘 要** 过程层析成像(Process tomography)的逆问题也称为成像算法,它不仅需要反映被测物质与激励场的相互作用原理,而且应与传感器的空间阵列结构相匹配。成像算法的性能好坏(包括图象质量和每帧计算需时)是过程层析成像技术能否应用于工业过程监控系统的关键问题之一。为了得到性能良好的重建图象,提出了一种线性神经网络图象重建算法。该算法首先通过建立光学层析成像的正问题和逆问题的线性化模型来求解正问题,以得出图象和投影的关系模式对,然后将其用于训练和构造线性神经网络;最后使用训练好的线性神经网络来映射光学层析成像的逆问题。实验表明,该方法具有较高的图象质量和极高的成像实时性,是一种性能良好的图象重建算法。

**关键词** 计算机图形学(520·6030) 光学层析成像 线性神经网络 映射 逆问题

**中图分类号**: TP391.41 TP183 **文献标识码**: A **文章编号**: 1006-8961(2003)07-0738-06

## Inverse Problem of Optic Process Tomography Solved by Using Linear Neural Networks

LI Yang, WANG Ren-huang, ZHENG Ying-na

(School of Information Engineering Guangdong University of Technology, Guangzhou, 510643)

**Abstract** The inverse problem of process tomography is also named imaging algorithms, it not only agree with the interactional principle of the stimulating field and measured substance, also match the spatial array geometry of sensors. The performance of proposed imaging algorithms (including image quality and calculating interval per frame) is a key question whether the process tomography can be applied to the industry process monitoring and control system. In order to get excellent reconstructing image, a sort of Linear Neural Networks method for image reconstruction are proposed. Through building the linear models of forward and inverse problems to optical tomography, this algorithms calculate the forward problem firstly to obtain pairs of modes of image-projections relation, then which are used to train and build the Linear Neural Networks; Finally, the inverse problem can be reflected through using the trained linear neural networks. The numerical simulation demonstrated that the method is a robust imaging algorithm, the quality of image is excellent, and the temporal performance of imaging is very good with this method.

**Keywords** Computer graphics, Optical tomography, Linear neural network, Reflection, Inverse problem

## 0 引 言

二相流(或多相流)场参数的测量问题一直是工业领域迫切要解决的课题之一,解决这一问题的一种有效途径是采用过程层析成像(Process

tomography,简称PT)技术,因为它不仅可定性、定量地对被测物质的空间分布进行多点和分布式测量,且不会阻碍过程的流动状态。PT技术可认为是医学CT技术在工业领域的自然延伸和发展,目前已形成了射线、电容、超声、磁共振和光学等多种传感机理的PT系统。PT系统的检测目的在于获取二

基金项目:国家自然科学基金项目(59975019)

收稿日期:2002-09-12;改回日期:2003-01-09

相流(或多相流)在过程装备(或管道)中的流态、组份空间分布或分相流量等重要参数,但由于缺乏直接测量方法,其辅助测量数据只是被测物场的投影信息,因此尚需进一步处理才能得到过程参数检测信息.也就是说,PT 系统在获取投影信息之后,还需通过采取有效的图象重建算法来反演物场的空间分布图象,最后需再对图象进行合理解释才能提取出所需的过程参数<sup>[1]</sup>.

从投影信息反演物场空间分布的数学基本原理是雷登逆变换(Radon inverse transform),但由于雷登逆变换的本质是非线性的,同时又涉及投影信息量少(与对成像实时性的要求有关)和解空间适定性等一些实际问题,因此,逆问题的直接求解较为困难.据研究,这种逆问题常常需要通过正问题的途径来求解,求解的常见算法有线性反投影法(Linear back projection, LBP)、卷积 LBP、代数重建技术(Algebraic reconstruction technique, ART)和 MNR(Modified newton raphson)类算法等.本文将首先讨论建立基于光学层析成像正问题的线性化模型;然后通过求解正问题来得出投影向量/图象的模式对,并将其作为学习样本用于训练线性神经网络;最后,使用训练好的线性神经网络来映射光学层析成像逆问题的解.仿真结果表明,这一方法不仅可以使解空间具有适定性,而且可重建出质量较高的物场分布图象.

### 1 正问题和逆问题

光学 PT 的目的在于获取具有不同的光透射衰减性质的物质在监视区域的分布情况.被测物质在二维空间的分布可由其散射、吸收特性对扫描光的调制结果,即投影数据来反演.光学 PT 的成像机理与其他类型的 PT 系统相似,它们均涉及正问题和逆问题.其中,正问题是,在已知具有某种光透射衰减系数的被测物质分布的前提下,求解被测物质对激励光场的调制结果(即投影数据);逆问题是,在已知投影数据的前提下,求解被测物质在空间中的分布信息<sup>[1,2]</sup>.

#### 1.1 光学过程层析成像的正问题

当光束穿透物场时,光束将被其传播路径上的所有物质分子所调制,从而使透射光的强度按 Lambert-Bear'Law 减弱.利用这一原理就可以测得光束路径积分数据,光束投影的几何结构示意图如

图 1 所示.

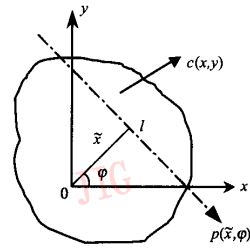


图 1 光束投影的几何结构示意图

当光束在物场中的传播距离为  $l$  时,则该光束的强度将按 Lambert-Bear'Law 衰减<sup>[3,4]</sup>.

$$\psi(\lambda) = \psi_0(\lambda) \exp\left(-\int_l \mu(\lambda) c(x, y) dl\right) \quad (1)$$

式中,  $l$  为光束路径,  $l = -x \sin\phi + y \cos\phi$ ,  $\psi(\lambda)$  和  $\psi_0(\lambda)$  分别为检测器所接收的光子积分通量和入射的光子积分通量,  $\mu(\lambda)$  为物质的消光系数,  $c(x, y)$  为物质的密度分布函数,简称为物场空间分布函数.将上述方程的两边取自然对数,使其线性化,即导出一新函数

$$p(\tilde{x}, \phi) = -\ln\left(\frac{\psi(\lambda)}{\psi_0(\lambda)}\right) = \mu(\lambda) \int_l c(x, y) dl \quad (2)$$

式(2)称为雷登(Radon)变换,  $p(\tilde{x}, \phi)$  为物场空间分布  $c(x, y)$  沿光线路径的线积分,称为物场的断层投影.

由于物场空间分布函数  $c(x, y)$  一般使用灰度图象来表示,因此它通常需要在  $M \times M$  的网格元(像元)上重建物场空间分布(如图 2 所示),当像元足够小时,每一像元内的物质密度就可视为不变,这时式(2)可写成如下的离散形式

$$p_r = \sum_k w_{r,k} f_k \quad (3)$$

其中,  $p_r$  为第  $r$  条光束的投影数据,  $f_k$  为第  $k$  个像

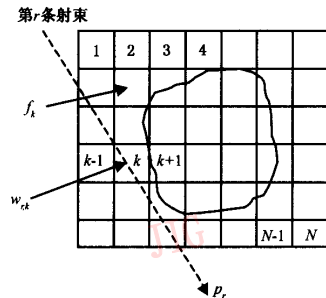


图 2 物场在  $M \times M$  的网格中进行重建

元灰度值,  $w_{r,k}$  为第  $r$  条光束与第  $k$  个像元相交的长度. 当选取的图象分辨率  $M$  越大时, 则被测物场区域就被分割得越细致, 计算误差就越小.

式(2)还可写成如下矩阵形式

$$P = Wf \tag{4}$$

式中,  $P = [p_1, p_2, \dots, p_R]^T$  为投影数据向量,  $f = [f_1, f_2, \dots, f_N]^T$  为图象灰度向量,  $W$  为权重系数矩阵,  $W = [w_{r,k}]_{R \times N}$  ( $r = 1, 2, \dots, R; k = 1, 2, \dots, N$ ),  $R$  为投影数目,  $N$  为图象的像元总数.

正问题便是在已知物场的二维空间分布  $c(x, y)$  或图象  $f$  的前提下求解物场的投影数据  $p(\tilde{x}, \varphi)$  或投影向量  $P$ .

### 1.2 逆问题的线性模型

逆问题是根据物场的断层投影  $p(\tilde{x}, \varphi)$  来重建物场空间分布  $c(x, y)$ . 对于离散化积分(式(4))来说, 逆问题也称为图象重建, 其实质是根据线性方程式(4), 在已知投影向量  $P$  的前提下, 求解图象灰度向量的估计值  $\hat{f}$ .

线性方程式(4)的数值解法可采用广义逆算法(NOSER 算法), 因此构造的目标函数  $\varphi(f)$  为<sup>[5,6]</sup>

$$\varphi(f) = \frac{1}{2} \|P_{\text{Mea}}(\tilde{f}) - P_{\text{Cal}}(f)\|^2 \tag{5}$$

其中,  $P_{\text{Mea}}(\tilde{f})$  表示在实际物场分布  $\tilde{f}$  下的投影测量值;  $P_{\text{Cal}}(f)$  表示在假设的物场分布图象  $f$  下的投影计算值. 当对目标函数极小化时, 即令  $\frac{\partial \varphi(f)}{\partial f} = 0$ , 则有

$$\frac{\partial \varphi(f)}{\partial f} = \left[ \frac{\partial P_{\text{Cal}}(f)}{\partial f} \right]^T [P_{\text{Mea}}(\tilde{f}) - P_{\text{Cal}}(f)] = 0 \tag{6}$$

再利用正问题的解  $P_{\text{Cal}}(f) = Wf$  来得出如下图象向量估计值  $\hat{f}$

$$\hat{f} = (W^T W)^{-1} W^T P_{\text{Mea}}(\tilde{f}) \tag{7}$$

但由于式(7)的解常是不适定的(如解不存在, 或不唯一, 或不连续依赖于数据), 因此, 应对该解空间加以约束才可获得“稳定”解. 例如采用正则化方法使逆问题的解成为  $\hat{f} = (W^T W + \alpha I)^{-1} W^T P_{\text{Mea}}$ . 遗憾的是, 正则化广义逆解不是精确解, 且当投影数据不完备(式(4)为欠定方程)时, 尤其严重. 据研究, 在式(4)的逆问题中, 附加某些约束关系是可行的, 这是因为解约束是现实存在的. 例如, 从客观事实来说, 图象的灰度值总为正, 或投影测量值总存在一定的随机误差和系统误差; 从先验知识来说, 所得图象的局部灰度分布应具有一定的连续性, 或图象的均

方差应最小, 等等. 根据 Levenberg-Marquardt 算法, 可将约束关系  $B$  引入目标函数:

$$\varphi(f) = \frac{1}{2} \|P_{\text{Mea}}(\tilde{f}) - P_{\text{Cal}}(f)\|^2 + \frac{\lambda}{2} f^T B f \tag{8}$$

其中,  $B$  为一对称正定矩阵,  $\frac{\lambda}{2} f^T B f$  称为阻尼项,  $\lambda$  为一正实数, 称为阻尼因子. 利用与 NOSER 算法相似的推导过程, 可得

$$\left[ \frac{\partial P_{\text{Cal}}}{\partial f} \right]^T [P_{\text{Mea}}(\tilde{f}) - P_{\text{Cal}}(f)] + \lambda B f = 0 \tag{9}$$

代入  $P_{\text{Cal}}(f) = Wf$ , 即得出如下图象灰度向量估计值  $\hat{f}$

$$\hat{f} = \tilde{W} P_{\text{Mea}}(\tilde{f}) \tag{10}$$

其中, 矩阵  $\tilde{W} = (W^T W + \gamma B)^{-1} W^T$ .

在实际光学 PT 测量系统中, 由于重建图象包含一定的背景辐射(如自然光的干扰等), 以及存在前置电路的偏置和计算误差等因素的影响, 因此, 应对重建图象进行校正, 且校正值应刚好等于空管情况下的背景图象  $f_0$ . 若令  $f_0 = -b$ , 则可将式(10)改写成

$$\hat{f} = \tilde{W} P_{\text{Mea}}(\tilde{f}) + b \tag{11}$$

式(11)表明, 光学层析成像的逆问题是: 通过寻求关联矩阵  $\tilde{W}$  和常数向量  $b$ , 以使被重建的图象灰度向量具有适定解和精确解.

## 2 神经网络映射关系

人工神经网络是以神经元为基本处理单元, 并按不同的拓扑结构构造而成. 根据神经元的兴奋机制不同和网络的结构形式不同, 神经网络可用于对输入模式的感知、推理、联想记忆及函数逼近等处理. 根据光学层析成像的逆问题的线性化模型, 可通过构造一线性神经网络来逼近 Radon 逆变换方程, 以实现光学层析成像逆问题的输入、输出映射关系.

线性神经网络的每一神经元的传递函数均为线性函数, 且通常采用 Widrow-Hoff 学习规则或 LMS (Least median square) 算法来调整网络的权值和阈值, 其结构图和运算流程图如图 3 所示<sup>[7]</sup>.

线性神经网络的输出可以表示为

$$f = L(v \cdot p + b) \tag{12}$$

其中,  $L(\cdot)$  为一线性函数,  $p = (p_1, p_2, \dots, p_R)$  为第  $k$  组输入模式,  $b = (b_1, b_2, \dots, b_S)$  为神经网络的阈值向量,  $v$  为神经网络的权值矩阵.

通过比较式(12)与式(11)知道, 由于线性神经

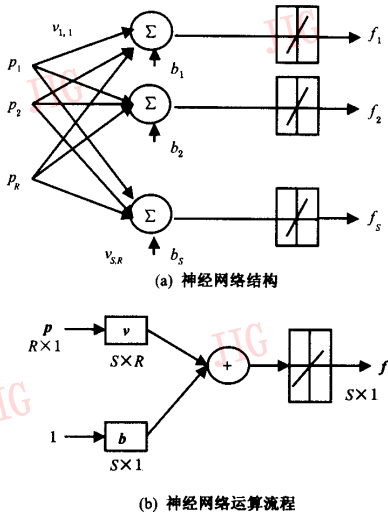


图 3 线性神经网络的结构与运算流程图

网络的映射关系与光学层析成像逆问题的数学模型是完全一致的,因此,可以通过解正问题来获取多个输入模式  $p$ , 而把与模式  $p$  对应的原图象灰度向量作为目标值  $t$ , 就得出模式对  $(p, t)$ , 并通过训练神经网络来得出实现逆变换所需的网络权值矩阵  $v$  和阈值向量  $b$ .

定义线性神经网络的误差函数为

$$e(v, b) = \frac{1}{2}(t - f)^2 = \frac{1}{2}(t - vp - b)^2 \quad (13)$$

采用 Widrow-Hoff 学习规则来沿着误差函数的最快下降方向连续调整网络的权值和阈值. 根据梯度下降法, 权值向量的修正值正比于当前位置上误差函数  $e(v, b)$  的梯度, 即对于第  $k$  个输入模式  $p^{(k)}$  和第  $j$  个输出节点

$$\Delta v_j^{(k)} = -\eta \frac{\partial e(v, b)}{\partial v_j} = \eta [t_j - f_j^{(k)}] p^{(k)} \quad (14)$$

同样, 阈值向量的修正值正比于当前位置上的  $e(v, b)$  的梯度, 即对于第  $k$  个输入模式  $p^{(k)}$  和第  $j$  个输出节点

$$\Delta b_j^{(k)} = -\eta \frac{\partial e(v, b)}{\partial b_j} = \eta [t_j - f_j^{(k)}] \quad (15)$$

因此, 可得出以下的 Widrow-Hoff 系数调整规则

$$\begin{aligned} v_j^{(k+1)} &= v_j^{(k)} + \eta (t_j - f_j^{(k)}) p^{(k)} \\ b_j^{(k+1)} &= b_j^{(k)} + \eta (t_j - f_j^{(k)}) \end{aligned} \quad (16)$$

其中,  $\eta$  为学习率 ( $\eta$  取较小的值, 如 0.001 到 1 之间). 由于该算法无需求导数, 因此计算量少, 收敛速

度非常快.

### 3 数值模拟结果

光学传感器阵列的几何结构大致分为平行束扫描和扇束扫描两种形式, 其中扇束扫描结构有利于设计较多的投影视角和获取较多的投影数据, 从而可提高重建图象的空间分辨率. 环形 15 光源  $\times$  5 检测器扇束结构如图 4 所示, 其中 15 个光源等间距均匀地分布在试验管段同一截面的圆管壁上, 扇束张角为  $48^\circ$ , 重建图象的分辨率为  $15 \times 15 pixels$ .

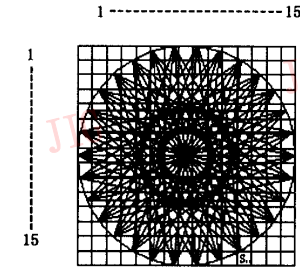


图 4 15 光源  $\times$  5 检测器阵列

正问题的解可通过式(4)求出, 其中权重系数矩阵  $W$  的构造规则是: 其元素  $w_{r,k}$  表示第  $r$  条光束与第  $k$  个像元之间相交的长度, 其中行号定义为  $r = I \times (j-1) + i$ ,  $j$  为光源编号,  $i$  为扇形光束编号 ( $I$  为每一个扇形光束最大编号); 列号  $k$  定义为像元编号,  $k = 1 \sim 225$ .

为了使神经网络的训练样本具有代表性, 原图象选用了几种典型的流型图象, 分别为中心流 (10 种)、环状流 (10 种)、管底流 (10 种)、弹状流 (10 种) 和均相流 (10 种) 共 50 幅图象样本, 再产生 10 幅随机图象样本. 在训练神经网络之前, 先解决正问题: 即先计算所有图象样本的相应投影向量; 而后训练神经网络, 即将投影向量作为网络的输入模式, 并将图象样本作为教师信号用来训练线性神经网络<sup>[8,9]</sup>.

为了加强网络的泛化功能和加快其训练速度, 在网络训练之前, 还需初始化网络权值矩阵  $v_0 = (W^T W + \alpha I)^{-1} W^T$ , 阈值向量  $b_0 = \{0\}$ , 其中, 权值矩阵  $v_0$  为一个正则化广义逆矩阵 (式中,  $\alpha = 0.01$ ,  $I$  为单位对角阵).

神经网络的输入节点等于投影总数, 输出节点为 225 个 (对应 225 个像元), 线性函数的斜率为

1:1,网络训练次数为10 000次,目标值 $t$ 与网络输出值 $\hat{f}$ 之间的均方误差 $MSE$ 小于0.001,学习率取较小值.网络训练后即可用于扇束图象重建,重建图象如图5所示.分别采用正则化广义逆、带图象光滑约束的广义逆和线性神经网络进行图象重建.

重建图象质量用空间误差率 $E$ 表示<sup>[6]</sup>

$$E = \frac{\sum_{k=1}^N |f_k - \hat{f}_k|}{\sum_{k=1}^N f_k} \quad (17)$$

其中, $f_k$ 和 $\hat{f}_k$ 分别为原图象和重建图象的第 $k$ 个像素元灰度值, $N$ 为像素总数( $N=15 \times 15=225$ ). $E$ 反映了原图象与重建图象之间在面积大小、位置、形状及灰度级等方面的误差信息.

图5为几种不同算法重建的图象对比.由图5

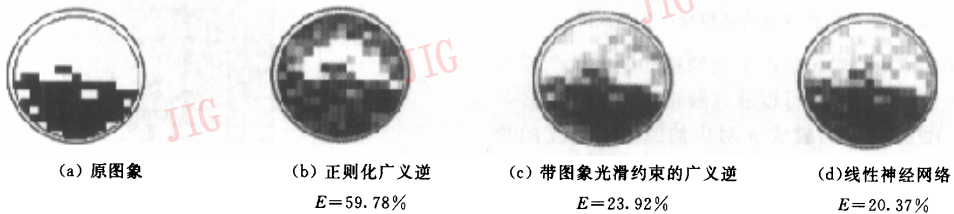


图5 光学扇束PT的几种不同成像算法的重建图象比较  
(15发射源 $\times$ 5检测器阵列,扇束张角 $48^\circ$ )

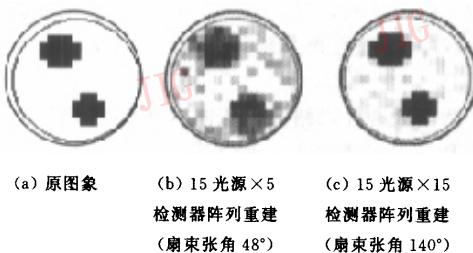


图6 光学扇束PT的线性神经网络重建图象

表1 不同传感器阵列结构的线性神经网络  
图象重建的实验数据

传感器阵列结构	15光源 $\times$ 5检测器	15光源 $\times$ 15检测器
图象重建时间 $t_r$ (ms)	5.5	8.7
图象输出时间 $t_{out}$ (ms)	50~100	50~100
空间误差率 $E$ (%)	14.06	2.29

注:Matlab5.2 for Windows98环境,PV计算机.

可见,正则化广义逆解是不精确的,而带图象光滑性约束的广义逆解与神经网络映射结果的精度相当,它们均能较好地反映原物场分布.如果进一步增加传感器阵列的光源数、光敏器件排布密度及光源的扇束张角(如使用环形15光源 $\times$ 15检测器阵列,扇束张角 $48^\circ$ ),则图象的重建效果就会进一步提高.图6和表1为15光源 $\times$ 5检测器和15光源 $\times$ 15检测器阵列结构的线性神经网络图象重建结果比较.通过两者的空间误差率 $E$ 对比可见,后者已提高到 $E=2.29\%$ .这也说明了光学层析成像系统的空间分辨率比电容、电感层析成像系统的空间分辨率(一般 $E=10\%$ 左右)要高一些.实验数据还表明,线性神经网络的图象重建时间远小于图象输出(显示)时间.由此可见,线性神经网络方法对于提高在线动态测量的实时性是很有帮助的.

## 4 结束语

图象重建算法的快捷性和有效性是PT系统能否应用于工业领域的关键问题之一.图象重建算法不仅需要反映流动物质与激励场的相互作用原理,并且应与传感器的空间阵列结构相匹配.实验结果表明,本文提出的线性神经网络图象重建算法,其成像实时性和图象质量是比较优越的,并且该方法由于是采用样本学习策略,且不需要指定具体的约束关系(但隐含有可能存在的约束关系),因此在消除自然光干扰、光电调制电路的偏置以及其他测量误差等方面具有显著的优点.从目前光学层析成像系统已有的若干种成像算法来看,线性神经网络方法优于反投影法(LBP)、卷积LBP、数据重排方法和代数重建技术(ART),至少相当于带图象光滑性约束的广义逆方法.

参 考 文 献

1 李海青,黄志尧. 特种检测技术及应用[M]. 杭州:浙江大学出版社,2000;31~33.

2 Abdul Rahim R, Green R G. Futher development of a tomographic imaging system using optical fibres for pneumatic conveyors[J]. Measurement Science Technology,1996,7(3):419~422.

3 Barrett H H., Swindell W. Radiological Imaging,The Theory of Image formation, Detection and Processing [M]. New York , Academic Press. 中译本,第二卷,庄天戈,周颂凯译.北京:科学出版社,1988;441~446.

4 庄天戈. CT 原理与算法[M]. 上海:上海交通大学出版社,1992;71~76.

5 马艺馨.电阻层析成像技术及其在气/液两相泡状流检测中的应用[D]. 天津:天津大学,1999.

6 钟慧湘,王征旋,庞云阶. 图象重建中的有理逼近方法[J]. 中国图象图形学报,2000,5A(11):916~919.

7 闻新,周露,王丹力等. Matlab 神经网络应用设计[M]. 北京:科学出版社,2000;169~180.

8 Ibrahlim S, Green R G. Optical Fibres for Process Tomography: A Design Study [A]. In: 1st World Congress on Industrial Process Tomography [C]. Buxton, greater Manchester, UK, 1999;14~17.

9 吴新杰,王师. 径向神经网络在层析成像中的应用[J]. 仪表技术与传感器,2000,(3):35~37.



李 扬 1966 年生,现为广东工业大学副教授,博士研究生. 主要研究领域为层析成像技术、模式识别与智能系统、智能仪器和机电一体化技术等. 发表论文 30 余篇.



汪仁墟 1945 年生,教授,博士生导师. 从事计算机测控技术、信息处理与智能仪器等方面的研究工作. 发表学术论文 80 余篇.

郑莹娜 1955 年生,教授,主要从事信号处理、层析成像技术、现代传感技术和智能控制等方面的研究工作. 发表论文 40 多篇.

更 正

本刊第 6 卷第 10 期所刊登的衡伟论文《用于高精度三维计算机视觉的图象系统标定和误差补偿》一文式(7)有错,现更正如下:

原公式为

$$\begin{cases} x_f = s_x d'_x x_d^{-1} + x_d + C_x \\ y_f = d_y^{-1} y_d + C_y \end{cases} \quad (7)$$

现更正为

$$\begin{cases} x_f = s_x d'_x^{-1} x_d + C_x \\ y_f = d_y^{-1} y_d + C_y \end{cases} \quad (7)$$

《中国图象图形学报》编辑部